

科学与科学史系列·之四

最壮丽的世界线

卢昌海

Copyright © 2023 by Changhai Lu

版权所有，侵权必究。

All rights reserved. No part of this book may be reproduced in any form or by any means, electronic, mechanical, now known or hereafter invented, without written permission from the author, except in the case of brief quotations embodied in critical articles and reviews.

For information, please email
lu_changhai@yahoo.com.

10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

正是在与神创万物的分道扬镳中，
哲学和科学开始了自己的征程。

目录

自序	I
泰勒斯的水	1
毕达哥拉斯的数	14
芝诺的悖论	27
德谟克利特的原子	39
柏拉图的科学哲学	53
亚里士多德的逻辑	66
欧几里得与《几何原本》	81
第五公设的早期探索	115
《几何原本》与中国	140
阿基米德的传说	152
阿基米德的著作	165
阿基米德的方法	181
尺规作图三大问题的早期历史	196
阿波罗尼奥斯的《圆锥曲线论》	212

自序¹

这是一本因实体书出版进程“搁浅”而转为电子版的书，也是继《书海的另一边》（2022 年）及《乱世学人》（2022 年）之后，又一本收录所谓“实体书素材”的本站电子书。

本书的缘起可回溯至 2016 年 10 月。

那时候，《Newton 科学世界》杂志的一位编辑来信邀我开专栏，“内容只要与科学相关即可”²。不过那时候我正在撰写《时空的乐章——引力波百年漫谈》一书，虽偶尔也撰散篇，却无法定期分心，就将开专栏的时间

¹ 本文述及本书缘起、书名及体裁的部分来自 2021 年 2 月 28 日所撰的实体书自序，略有修订。

² 跟《Newton 科学世界》编辑的邮件往来已收录于电子书《致编辑·报刊卷》（2022 年），可参阅。

II

推后到了 2018 年。

但这一推后仍是过于乐观，因为它是基于一个过于乐观的假设，即《时空的乐章——引力波百年漫谈》能提前数月完稿。一年后，当《Newton 科学世界》的编辑再次来信，试图落实我的“空头支票”时，那个假设已彻头彻尾垮掉了，于是我只能厚颜将开专栏的时间再次推后——推后到了 2018 年 7 月。

这一许诺总算没有再次“跳票”。

本书就是那个专栏的文章合集，而本书的书名——“最壮丽的世界线”——则是我提议过，但未被采用的专栏名称（编辑为专栏拟了个“科史钩沉”之名）。

明眼的读者也许看出来了，“最壮丽的世界线”这一书名是效仿了美籍俄裔物理学家乔治·伽莫夫（George

III

Gamow) 的自传书名“我的世界线”(My World Line)。

“世界线”是一个相对论概念，是四维时空中的历史轨迹。伽莫夫的世界线是他的个人人生，收录于本书的这篇文章则是试图为古希腊时期的科学历史勾画一条世界线³——作为科学的世界线的一部分。当然，科学的历史远比个人的人生复杂，涉及的世界线也并不单一，收录于本书的这篇文章只是择了一条大略的主线。另一方面，科学的历史远比个人的人生壮丽，说是人类历史上最壮丽的篇章也毫不为过，因此我将科学的世界线称为“最壮丽的世界线”，并以之作为本书的书名。

说完了书名，再谈谈体裁。

在《Newton 科学世界》开专栏的那段时间，我在文字风格上做了一种尝试，开始系统性地撰写被我称之为

³ 个别篇章（比如“《几何原本》与中国”）例外，但也跟古希腊时期的科学有着显著关联。

IV

“科学史随笔”的文字。这种文字顾名思义，是以科学史为题材，风格则近于随笔——后者按我的理解，是轻松洒意，避免艰涩，不求全，每篇只写一个点，但尽量写透彻。同时，就像文学随笔多少会带些感想，我的“科学史随笔”也不打算写成史料的单纯汇集和辨析，而是会穿插自己的点评和感想——从这个意义上讲，它兼有对史料的读后感或阅读札记的意味，是一种读书随笔。

我的《Newton 科学世界》专栏从 2018 年 7 月开到 2019 年 12 月，总计写了 17 篇（照说该是 18 篇，但其中有一个月实在抽不出时间，缺了一篇）。那之后，觉得每月一篇终是过于机械，对我这种非专职写作的人来说约束太大，就向编辑“告老还乡”，结束了专栏。

替《Newton 科学世界》所撰的“科学史随笔”，其正文篇幅都在 3,000 字左右（此为专栏之要求），其中有一篇（“第五公设的早期探索”）分上、下两部分，另一

篇（“欧几里得与《几何原本》”）分上、中、下三部分，收录于本书时都作了合并（故本书的篇目数由 17 减为了 14）。

另外需要提到的是：我写约稿有一个习惯，那就是在大致参照约稿条件的情形下，仍会依自己的风格和兴趣来写——宁可写完后略作“削足适履”再交稿。因此，我的原稿大都是比发表稿更令我满意的文字（两者之差异取决于杂志对我的约束——约束越小，差异越微，反之则差异越大），不仅内容略多，且往往包含注释、文献等。本书跟其他本站电子书一样，收录的是原稿。

如前所述，“最壮丽的世界线”是指科学的世界线，而科学的世界线不仅壮丽，且漫长曲折。因此我设想，“最壮丽的世界线”今后还会出“二集”、“三集”，等等。事实上，当初考虑以“最壮丽的世界线”作为专栏名称时，我曾有过一个宏大的设想，就是将“科学史随笔”

VI

大致沿时间顺序写下去，以每篇写一个点的方式，从古希腊一直写到现代，构成一个超长系列，一部风格独特的科学史。

但遗憾却并不意外的是，专栏一结束，我的写作兴趣也就立刻“漂移”了。虽然“科学史随笔”因其轻松随意，已成为我撰写科学史作品的主要体裁，但题材和时间却出现了跳跃，何时能连成当初设想过的贯通古今的世界线，甚至是否会有贯通的那一天，都成了未知数。

不过好在随笔的特点就是独立成篇，能贯通固然理想，如若不能，每一篇——或每一个像本书这样的“子系列”——依然可以有独立的意义，可以作为独立的阅读。“最壮丽的世界线”系列的“二集”、“三集”等等哪怕在时间上有所跳跃，包含的都将是“科学史随笔”。这种写作若能延续足够长的时间，那么最终也许会有机会重新排序成一个跟当初设想相近的超长系列。

VII

当然，那是远景，而一切远景都只是“愿景”，能否实现殊难预料，但它是我的一个愿望。

最后谈谈本书由实体书转为电子版的原委。

本书是 2021 年 3 月交稿的，按照实体书合同，出版时间应在确认收稿后的 6 个月内——也就是说，应不晚于 2021 年 9 月。当然，这是理论上的速度，哪怕在出版顺利的年代（这口气仿佛在谈论很久远的过去，其实直到 2019 年初都仍算那样的年代）也很少实现过，我也从未介意过。

不过本书出版进程的拖沓是创纪录的：于交稿 13 个月之后的 2022 年 4 月才收到第一次校样。校阅后又等了 15 个月——一直等到今天——依然像一只“薛定谔的猫”，不知是“死”是“活”（而且我感觉“死”的概

VIII

率更大)。

于是才有了实体书转为电子版之举——也即本书。

本书的问世还有赖于我跟所有合作过的出版社（及报刊杂志）之间的一个约定，那就是：我的任何文字哪怕发表或出版之后，我也依然可以保有主页版本。

本书正是来自主页版本——且本身也隶属于主页版本（只不过格式不是 **HTML**，形式不是免费而已）。

保有主页版本的约定原本只是由于我建主页比出书早得多，在主页上寄托过情感，不愿因出书影响主页，甚至视主页重于出书，而坚持的原则。就内容而言，早年（即前文所说的“出版顺利的年代”）的实体书跟主页版本相差甚微，保有后者几乎纯系怀旧。但后来，随着实体书内容审查之日益严苛，两者的差异逐渐增大，

IX

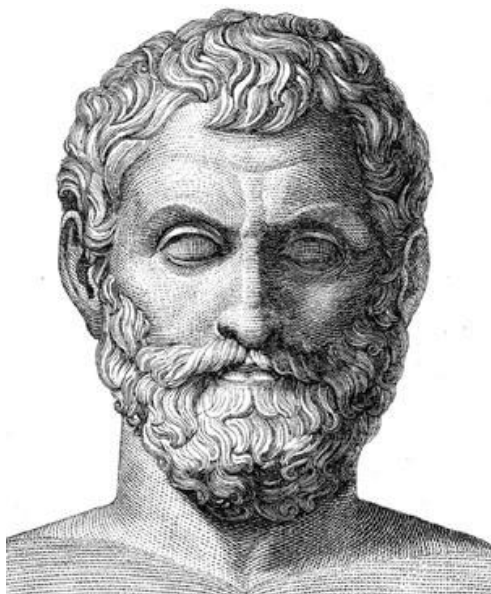
后者渐渐有了一重保留原稿（或所谓“本人文字之定本”）的新意义，而包括本书在内的本站电子书由于来自后者，也就自动继承了这重新意义。

除上述本质上源于实体书内容审查的系统性的差异外，本书跟迄今“搁浅”的实体书之间还有一个仅限于本书的特殊差异，那就是：实体书出于篇幅考虑，在前述“科学史随笔”之外添加了几篇跟古希腊时期无关，体裁等方面也不无差异的文章。那些文章虽充实了篇幅，对全书的结构、体裁乃至书名却都是有所偏离的。本书去掉了那些文章，从而不仅在结构和体裁上更统一，也更契合书名⁴。

2023 年 7 月 3 日

⁴ 此举还有一个并非刻意追求的好处，那就是：实体书若最终能够出版，将因此而不会跟本书完全“撞车”。

泰勒斯的水⁵



泰勒斯（624BC – 546BC）

⁵ 本文曾发表于《Newton 科学世界》2018 年第 7 期。

就像物种的起源一样，很多学科的起源可以回溯到共同“祖先”。比如哲学和科学的起源可以回溯到公元前6世纪古希腊“米利都学派”（Milesian school）的同一位先贤——泰勒斯（Thales），他既有“第一位哲学家”（First Philosopher）之誉，又被称为“科学之父”（Father of Science）。

当然，这些头衔并不是无争议的。柏拉图（Plato）笔下的苏格拉底（Socrates）曾经说过：“好奇是哲学家的感受，哲学始于好奇。”依这种理解，“第一位哲学家”几乎是不可能确定的。甚至即便诉诸文字，也难以确定“第一位哲学家”是原创者还是记录者。更何况泰勒斯连文字也不曾留下，只被后人提及过——只是提及，连引用都不是。

倒是“科学之父”，在那个时代，几乎是“第一位哲学家”的推论——只要那“好奇”关涉到科学，而这对

泰勒斯——或确切说是传说中的泰勒斯——是不成问题的，因为他做过一些哪怕在今天也会被视为科学领域内的事。

比如公元 3 世纪的希腊传记作家拉尔修（Diogenes Laërtius）和公元 5 世纪的希腊哲学家普罗克洛斯（Proclus）等都记述过泰勒斯在几何方面的成就，其中包括用几何方法测定金字塔高度及海上船只的距离，如今称为“泰勒斯定理”（Thales' Theorem）的“直径所对的圆周角是直角”，以及若干其他几何定理。又比如公元前 5 世纪的古希腊历史学家希罗多德（Herodotus）记述过泰勒斯对一次日食的预言——可信度不高，但若属实，一般认为是公元前 585 年 5 月 28 日的日食。另外，泰勒斯也是被后世样板化的“心不在焉科学家”的鼻祖——据柏拉图记述，某天夜里，泰勒斯一边走路一边仰望星空，结果掉进了灌溉渠，被一位女仆拉起。据说后者还说了一句与身份严重不符的话：“你连自己脚下都看不见，

怎么可能搞清天上的事情？”（这到底是女仆还是女哲学家？）

但泰勒斯最出名的却是一个在今人眼里不无荒诞的学说：万物皆水（All things are water）。

当然，如前所述，泰勒斯并未留下文字，因此我们所知的只是后人的提及。比如亚里士多德（Aristotle）在《形而上学》（*Metaphysics*）一书中曾这样提及泰勒斯的学说：

最早的哲学家大都认为万物的唯一原理是
物质本性的原理……这类哲学的创始人泰勒斯
称该原理是水……

从这一提及来看，泰勒斯的意思是说万物的唯一原理是水。拉尔修则表示在泰勒斯的学说里，水是“普遍

的原始质料”(universal primary substance)。既是“万物的唯一原理”，又是“普遍的原始质料”，看来确实万物皆水。

泰勒斯为什么会提出这样的学说呢？亚里士多德认为，那是由于他注意到了润湿滋养着万物，而水是润湿之源。后世的研究者也“脑补”了一些缘由：比如泰勒斯进行过海上旅行，对水的力量有切身体会；比如泰勒斯所在的地中海沿岸地区的季节性干旱凸显了水对万物的重要性；比如泰勒斯很关注天气现象，从而有可能由云从水面升起，又变成雨水落下那样的水的变化联想到万物变化；比如泰勒斯可能注意到了蒸发的水有如空气，凝固的水如同固体，河口的三角洲仿佛是水变为泥土，等等。另一些研究者则认为泰勒斯有可能受了古巴比伦、古埃及等地神话的启发。

不过，水作为与生命关系密切，并且唯一能在自然

条件下呈现气、液、固三种形态的物质，虽很吸引眼球，但哪怕前述缘由全都成立，推衍为“万物皆水”也是牵强的，因为不需要很高级的眼力，就能看出“万物”并非“皆水”。

对于这种牵强，英国哲学家伯特兰·罗素（Bertrand Russell）进行了解读。在《西方哲学史》（*History of Western Philosophy*）一书中，罗素表示，“万物皆水这一说法可视为科学假设，而且绝不愚蠢”，因为“万物皆由氢组成，那是水的三分之二”。看来，罗素是将水的分子式 H_2O 解读为氢是水的三分之二，既而解读了万物皆水。后来，在《西方的智慧》（*Wisdom of the West*）一书中，罗素将这种分子原子层面的解读推到了核物理层面，表示所有元素都可以用氢合成。不得不说，这位在很多方面令我欣赏的哲学家的这番解读是相当拙劣的⁶。

⁶ 吴大猷曾在一篇题为“《易经》与现代物理”的文章中写过这样一段话：

《易经》是否已含有近代物理中的量子力学、相对论的要义等

相比之下，美国物理学家史蒂文·温伯格（Steven Weinberg）的解读倒是令我耳目一新。温伯格在《解释世界：现代科学的发现》（*To Explain the World: The Discovery of Modern Science*）一书中表示，看待古希腊先贤时，最好不要将他们视为科学家或哲学家，而应该当作诗人。我觉得，起码就泰勒斯而言，温伯格的说法有一定道理。像“万物皆水”这种在实证层面上不无荒诞的观点确实更像是诗人的遐想。退一步讲，哪怕不把

问题，严格地讲，必须要先真正懂得《易经》，真正懂得这些物理学部门。譬如有人问我，清蒸鳗鱼是不是含有牛肉的成分。我必须先见过尝过鳗鱼，也见过尝过牛肉，我的答案才有意义。假若我从未听见、未尝过二者或二者之一，则答案无论是正是负，都是没有意义的。假若我是一个狡辩者，未见过尝过鳗鱼和牛肉，而只在咬文嚼字上用功夫，说鳗鱼是由碳、氢、氧等原子构成，而牛肉也不外是由这些原子构成，所以鳗鱼和牛肉是相同的。这显然是“强词夺理”、“牵强附会”。

虽然我对这段话里的“必须要先真正懂得《易经》”之说不以为然（哪怕不懂得《易经》，我也可以很有把握地断定《易经》或任何其他古籍不可能含有量子力学、相对论的要义——除非把后者弱智化为“小和大是不同的”，“凡事都是相对的”之类），但我觉得，这段话里的狡辩者的咬文嚼字用来形容罗素的解读是再合适没有了。

泰勒斯当作诗人，考虑到那个时代本就没没什么经得起现代推敲的周全逻辑，我们也应避免进行过于细密的考察，更不该像罗素那样用现代科学去附会泰勒斯的观点，对之作出超越时代的解读。

事实上，泰勒斯时代就连文字含义都可能是我们所陌生的。比如有研究者指出，我们译为“水”的希腊词在泰勒斯时代乃是泛指一切流质。而物质状态变化的含义则更宽泛——比如稍晚于泰勒斯的古希腊哲学家赫拉克利特(Heraclitus)认为火也有液态和固态，前者是水，后者是土，这显然是我们所陌生的。这种文字含义上的陌生对于解读泰勒斯的学说既是障碍，也是视角，因为如果泰勒斯对“水”和物质状态变化有着迥异于我们的理解，那么“万物皆水”也许就没那么难以理解。可惜，由于泰勒斯并未留下文字，一切就只能猜测了。

不过，尽管泰勒斯的学说在今人眼里不无荒诞，却

有着巨大的历史意义，并对后世产生了深远影响。

首先，在大方向上，泰勒斯的学说偏离了那个时代所流行的神创万物的思路。这一点的重要性是怎么估计都不为过的，如果考虑到直至今天，地球上仍有数以十亿计的人相信神创万物，泰勒斯的学说就更显得卓然（当然，泰勒斯并非无神论者，他只是在探索万物组成时没有求助于神）。正是在与神创万物的分道扬镳中，哲学和科学开始了自己的征程。

其次，在具体层面上，“万物的唯一原理”及“普遍的原始质料”的引进在纷繁的自然现象之间，乃至在未知与已知之间建立了联系，体现了用简单因素统一纷繁现象，以及世界由规律支配的思想，在一定程度上可视作为科学中的统一观念及规律意识的起源。而且，泰勒斯的学说还对守恒观念的萌发起到了助益。据亚里士多德记述，泰勒斯认为“普遍的原始质料”是守恒的，万物

无生无灭，这跟那个时代所流行的神可以随心所欲创造或消灭物质是截然不同的。

除这些意义外，泰勒斯还从自己的学说出发，展开了最早的科学推理。比如从万物的唯一原理是水出发，泰勒斯推出了大地浮在水上。他并且表示——据亚里士多德记述——大地之所以浮在水上而不会飞到空中，是因为“它像木头或类似之物一样，按其组成就能浮在水上而不是空中”。别笑话这种幼稚甚至有些同义反复的推理，以及完全错误的结论，在泰勒斯之前，几乎从未有人对有关自然的论述提供理由，一切都归为了神的随心所欲。从那样的传统中脱离出来，才可以展开推理，也才可以对学说做出批评，而不至于像面对神话那样无从下手。更重要的是，对于泰勒斯的学说，就连批评者也会不由自主地沿袭推理的路子，这是理性的巨大魅力。这一点对后人产生了巨大的示范和引导作用。泰勒斯的学说本身虽很快就被放弃了——就连同属“米利都学派”

的他的弟子阿那克西曼德（Anaximander）也没有采纳他的学说，但他的大方向却得到了很好地继承，比如阿那克西曼德也试图用“普遍的原始质料”来构筑万物。

先贤之所以是先贤，是因为他们的步履虽然蹒跚，却是婴儿学步的蹒跚；先贤之所以得到我们的敬意，是因为他们的学说虽然幼稚，我们却正是由于从那样的幼稚中学习过，才能告别幼稚。

泰勒斯死于公元前 546 年，享年 78 岁。据拉尔修记述，泰勒斯的墓碑上写着：

伟大的泰勒斯长眠于此，
他的墓穴很小，他的声望齐天。

参考文献

1. Aristotle, *The Complete Works of Aristotle* [M] (Princeton: Princeton University Press, 1984).
2. J. Barnes, *Early Greek Philosophy* [M] (London: Penguin Books, 1987).
3. R. S. Brumbaugh, *The Philosophers of Greece* [M] (Albany: State University of New York Press, 1981).
4. Gottlieb, *The Dream of Reason: A History of Philosophy from the Greeks to the Renaissance* [M] (New York: W. W. Norton & Company, 2000).
5. W. T. Jones, *A History of Western Philosophy: The Classical Mind* [M] (San Diego: Harcourt Brace Jovanovich College Publishers, 1970).
6. D. C. Lindberg, *The Beginnings of Western Science* [M] (Chicago: The University of Chicago Press, 2007).
7. G. E. R. Lloyd, *Early Greek Science: Thales to Aristotle* [M] (New York: W. W. Norton & Company,

- 1970).
8. Plato, *The Dialogues of Plato* [M] (Chicago: Encyclopaedia Britannica Inc., 1994).
 9. B. Russell, *History of Western Philosophy* [M] (Milton Park: Routledge, 2004).
 10. G. Sarton, *Ancient Science through the Golden Age of Greece* [M] (Mineola: Dover Publications, Inc., 1993).
 11. Wedberg, *A History of Philosophy*, vol. 1 [M] (Oxford: Oxford University Press, 1982).
 12. S. Weinberg, *To Explain the World: The Discovery of Modern Science* [M] (New York: Harper, 2015).

2018 年 5 月 13 日

毕达哥拉斯的数⁷



毕达哥拉斯（570BC – 495BC）

⁷ 本文曾发表于《Newton 科学世界》2018 年第 8 期。

毕达哥拉斯（Pythagoras）是公元前 6 世纪的古希腊先贤。由于比泰勒斯晚了半个世纪，“第一位哲学家”和“科学之父”的头衔都旁落了，但在科学史的主线上，毕达哥拉斯也有自己的“第一”或“最早”。比如他对乐器结构与音律间的若干关系做出了数学描述，被认为是以数学形式表述自然律的第一人⁸；亚里士多德则称其为最早推进数学研究的人。此外，毕达哥拉斯虽不是“第一位哲学家”，“哲学”（φιλοσοφία）一词据说却是他首先使用的。

跟泰勒斯相似，毕达哥拉斯也不曾留下文字，我们对他的了解只来自后人的记述。与泰勒斯不同的是，毕达哥拉斯有庞大的“追星族”，其中核心人物构成了所谓毕达哥拉斯学派（School of Pythagoras）。毕达哥拉斯去

⁸ 细心的读者也许注意到了“科学史的主线”这一限定。之所以作此限定，是因为在从古希腊到现代科学这条“科学史的主线”之外，人类文明史上——尤其是早期——还有许多零星、孤立、昙花一现或后继乏力的成就。那些成就单以年代而论，足可挑战很多“第一”或“最早”（后文会举出例子）。

世后，学派出现分裂，部分成员继承了他的科学与数学，另一部分则沿袭了他的神秘主义，相互间多有争斗。除学派成员外，外围“爱好者”们也不甘寂寞，在长达数世纪的时间里，冒学派之名出版了不少著作。这种相互争斗和鱼龙混杂，加之年代久远，给后世的毕达哥拉斯研究带来了不小的困扰，传说中的某些毕达哥拉斯的成就究竟是出自他本人还是学派，甚至是否真实，都成了糊涂帐⁹。因此有必要预先说一句，本文虽在真实性方面有所甄选，其中的某些“毕达哥拉斯”却实为“毕达哥拉斯学派”之简称。

有可能是受出现于音律中的整数及整数之比的启发，毕达哥拉斯对数给予了特殊重视。视之为主宰宇宙万物的规律，以及宇宙和谐的根基。对后世学者如约翰内斯·开普勒（Johannes Kepler）等有很大影响的“天球的

⁹ 比如有关毕达哥拉斯研究音律的若干传说就被认为很可能只是“八卦”，因所涉及的观察在物理上应得不出所记述的结论——但也不能完全排除，因为不精确的观察证实先入为主的结论也不无可能。

音乐”（music of the spheres）概念亦发端于此¹⁰。而终极的概括则是所谓“万物皆数”（all things are number）的观念。

由于数学在现代科学中的重要作用，毕达哥拉斯的“万物皆数”听起来也许比泰勒斯的“万物皆水”来得顺耳。不过毕达哥拉斯的数跟现代数学中的数是有很大的区别的。首先，毕达哥拉斯的数乃是整数（或整数之比）；其次，据亚里士多德记述，毕达哥拉斯视数为“整个自然的初始之物”（the first things in the whole of nature），从而有着近乎物质粒子的实体性。对此的一个佐证，是毕达哥拉斯擅用数的排列与堆垒构筑形状——如同用物质粒子构筑物质，他并且从中发现了一些有关整数的规律，比如 $1 + 2 + \cdots + n = n(n + 1)/2$ 等。我们如今沿

¹⁰ “天球的音乐”为何从未被人听见过？据说毕达哥拉斯的解释是：有声须相对于无声才能被感知，“天球的音乐”因是永恒的存在，没有与之映衬的无声，故无法被感知。这种解释也许是拙劣的，但视角不无新颖性，与狄拉克海（Dirac sea）有些异曲同工。

用的某些带几何意象的数的术语，比如“平方”、“立方”等，亦是拜其所赐。

不过另一方面，毕达哥拉斯对数的抽象层面也并非一无所知。对这一点的佐证，是毕达哥拉斯率先对纯数学与应用数学作了区分（这是他对数学的重大影响之一），其中纯数学包括算术与几何，研究心智想象出的东西；应用数学包括音乐和天文，研究感官探知到的东西。由于数是算术的研究对象，因此这一区分表明毕达哥拉斯将数视为心智想象出的东西，从而具有抽象性。综合地看，毕达哥拉斯的数跟泰勒斯的水那样的“原始质料”相比，抽象度无疑高得多，甚至可视为数学研究对象抽象化的开端。

后世学者曾对算术、几何、音乐、天文四大领域在毕达哥拉斯学说中的地位作过有趣的概括，即：算术是数的本身，几何是空间中的数，音乐是时间上的数，天

文是时空里的数。这种概括很好地体现了“万物皆数”的观念。

利用“万物皆数”的观念，毕达哥拉斯展开了自己的推理。由于将数这样相对抽象的东西视为主宰宇宙万物的规律，毕达哥拉斯的推理具有不同于以往的特色。

比如毕达哥拉斯视 1、2、3、4 分别代表点、线、面、体，并对代表体的 4 情有独钟，视 1、2、3、4 叠合而成的被称为 tetractys (τετρακτύς) 的三角图形为神圣——甚至在起誓时都要以之为名义。该图形中的 1、2、3、4 相加而得的 10 则被视为完美数 (perfect number)。在“万物皆数”的观念下，这种数字游戏被赋予了实在性，比如被视为完美的天球的数目被认为必须等于 10 这个完美数。不幸的是，当时“知道”的天球只有 9 个，即地球、月亮、太阳、五大行星（金星、水星、火星、木星、土星），以及最外层的群星——这里要提醒读者的是，毕

毕达哥拉斯的宇宙体系并不是地心说，而是所有天球都绕一个不可见的所谓“中央火”(central fire)转动的体系，因此地球也占一个天球。完美数是10，天球却只有9个，怎么办呢？毕达哥拉斯提出存在一个“反地球”(counter-earth)——不是反物质地球，而是在“中央火”的另一边，从而看不见的地球。对毕达哥拉斯的这种推理，亚里士多德批评道：“他们不是在为现象寻找理论和原因，而是试图强迫现象满足他们的某些理论和观点”。不过换一个角度看，与以往的理论只是单纯解释现象不同，毕达哥拉斯的这种推理也许是科学史上首次凭借理论作出预言——只可惜这预言是原则上不可观测的，从而起不到检验理论的作用。

毕达哥拉斯的“万物皆数”大体就是如此。在那个时代，这种泛泛之论通常是推不翻的（虽每位哲学家皆可另起炉灶），但有意思的是，毕达哥拉斯的“万物皆数”却很快遭到了打击。更有意思的是，打击居然来自被毕

达哥拉斯划为纯数学的算术与几何的同室操戈，而且来自毕达哥拉斯的另一项著名贡献：毕达哥拉斯定理（Pythagorean theorem）。

毕达哥拉斯本人对毕达哥拉斯定理究竟有过何种贡献，其实很难确定。可以确定的倒是，毕达哥拉斯定理不是毕达哥拉斯首先提出的。据目前的考证，早在公元前 16-19 世纪——即比毕达哥拉斯早了千年以上——的所谓第一巴比伦王朝（First Babylonian Dynasty）期间，人们就不仅知道了 $(3, 4, 5)$ 、 $(5, 12, 13)$ 之类满足 $a^2 + b^2 = c^2$ 的所谓毕达哥拉斯三元组（Pythagorean Triple），而且还用了 $a^2 + b^2 = c^2$ 来计算矩形对角线的长度，显示出对普遍而非特例下的毕达哥拉斯定理的知晓。不过毕达哥拉斯的“冠名”倒也不是纯属乌龙，也许可以这么说，在科学史的主线上，毕达哥拉斯是使毕达哥拉斯定理传播并影响后世的核心人物。

由毕达哥拉斯定理立刻可以得出，一个边长为 1 的正方形的对角线长度为 $\sqrt{2}$ 。另一方面，读者们在小学时也许就已证明过， $\sqrt{2}$ 是所谓无理数，即并非整数或整数之比。这一点对毕达哥拉斯的“万物皆数”构成了打击——因后者是建立在整数（或整数之比）的基础上的。发现这一点的据说是公元前 5 世纪的毕达哥拉斯学派成员希帕索斯（Hippasus）——但无确切证据。另外据说发现者（无论是不是希帕索斯）被毕达哥拉斯的信徒扔进了海里，或被逐出了学派——也无确切证据。不仅如此，就连 $\sqrt{2}$ 是不是最早被证明的无理数也有一定争议。有学者认为，最早被证明的无理数有可能是正五边形的边与对角线之比，理由是：正五边形是毕达哥拉斯学派所熟悉的图形（其对角线组成的正五角星被认为代表“健康”——神秘主义之一例），且它的边与对角线之比可用当时更流行的纯几何手段证明为无理数，而无需像证明 $\sqrt{2}$ 为无理数那样通常用到奇数与偶数的性质。此外，那

两个线段之比为黄金分割 (golden ratio)，是公元前 5 世纪就已被发现的 (虽当时未用那样的名称)，时间上也跟传说中无理数的发现相一致。

无理数的发现细想起来颇堪玩味，因为那实际上是用几何手段推翻了“万物皆数”。尽管发现者被扔进大海云云有可能只是传闻，但无理数的发现当时就对“万物皆数”构成打击是被公认的。在那个并无先验理由认定几何比算术可靠的年代，能承认无理数的发现打击了“万物皆数”，似乎意味着毕达哥拉斯虽主张“万物皆数”，实际上对几何的认同度不在算术之下——因为否则的话，完全可以用“万物皆数”来反过来否定毕达哥拉斯定理（这种为维护错误信念而否定其他东西的做法在古代科学史上是不鲜见的，比如亚里士多德就曾为维护自己的重物下落理论而否定真空）。毕达哥拉斯没有那样做，在无形中提升了几何的地位，毕达哥拉斯之后的柏拉图和欧几里得在这点上跟毕达哥拉斯一脉相承，被认为是在

一定程度上受了后者影响¹¹。

英国哲学家阿尔弗雷德·诺斯·怀特海（Alfred North Whitehead）曾经说过，整个欧洲哲学传统实质上是对柏拉图的“一系列脚注”，“毕达哥拉斯是幸运的，他的哲学学说通过柏拉图的头脑传到了我们”¹²。另一方面，以对科学的影响而论，欧几里得是比柏拉图更重要的人物，是古希腊几何的集大成者，被尊为“几何之父”（Father of Geometry）。对柏拉图和欧几里得的影响大大增强了毕达哥拉斯在科学史上的重要性，就连对他很有些不以为然的英国哲学家伯特兰·罗素（Bertrand Russell）也承

¹¹ 当然，坚持算术的地位高于几何者亦不乏其人，比如亚里士多德。待到后来，非欧几何的发现动摇了欧氏几何的地位后，算术的“翻盘”更为明显。关于某些数学家对算术地位的推崇，可参阅拙作“弗雷格的算术”（收录于《书林散笔：一位理科生的书缘与书话》，商务印书馆，2020年）。另外，这里要再次强调，本文中的某些“毕达哥拉斯”实为“毕达哥拉斯学派”之简称——此处尤其如此，因发现无理数的并非毕达哥拉斯本人。

¹² 有必要指出的是，在柏拉图的皇皇巨著中，毕达哥拉斯其实只被提及了寥寥数次。不过很多研究者认为，毕达哥拉斯对柏拉图的影响已渗透在后者的思想里，达到了水乳交融、难以分割的程度。就连著名的柏拉图正多面体（Plato solid），也有学者认为应部分归功于毕达哥拉斯。

认，以思想而论，无论在他明智还是不明智时（后者主要指他的神秘主义），毕达哥拉斯都是“有史以来最重要的人物之一”。

参考文献

1. Aristotle, *The Complete Works of Aristotle* [M] (Princeton: Princeton University Press, 1984).
2. M. R. Cohen and I. E. Drabkin, *A Source Book in Greek Science* [M] (Cambridge: Harvard University Press, 1948).
3. K. Ferguson, *Pythagoras: His Lives and the Legacy of a Rational Universe* [M] (London: Icon Books, 2011).
4. K. S. Guthrie, *The Pythagorean Sourcebook and Library* [M] (Newburyport: Phanes Press, 1987).
5. M. Kline, *Mathematical Thought from Ancient to*

- Modern Times*, vol. 1 [M] (Oxford: Oxford University Press, 1972).
6. M. Kline, *Mathematics: The Loss of Certainty* [M] (New York: Fall River Press, 1980).
 7. G. S. Kirk, *The PreSocratic Philosophers: A Critical History with a Selection of Texts* [M] (Cambridge: Cambridge University Press, 1957).
 8. G. E. R. Lloyd, *Early Greek Science: Thales to Aristotle* [M] (New York: W. W. Norton & Company, 1970).
 9. C. Riedweg, *Pythagoras: His Life, Teaching, and Influence* [M] (Ithaca: Cornell University Press, 2005).

2018 年 6 月 2 日

芝诺的悖论¹³



芝诺（490BC – 430BC）

¹³ 本文曾发表于《Newton 科学世界》2018 年第 9 期。

在所有古希腊先贤的学说中，荒诞色彩最强的也许要属公元前 5 世纪的哲学家巴门尼德（Parmenides）的学说。巴门尼德认为所有基于“普遍的原始质料”的学说有一个共同缺陷，那就是既宣称世界由“普遍的原始质料”组成，又允许存在不包含“普遍的原始质料”的真空。为解决这一缺陷，巴门尼德主张真空不存在，整个世界乃是一个实体性的“一”（One），这个“一”均匀、永恒、不可分割，并且是球形的（球形之外是什么就语焉不详了）。由此得出的一个直接推论是：运动是不存在的。巴门尼德的上述主张及推论是如此荒诞，公元前 4 世纪的哲学家第欧根尼（Diogenes）干脆用走路来反驳它——因为走路分明是一种运动。

不过，巴门尼德“料敌”在先，“一不做二不休”地宣称了如果他的理论有悖于感觉，那只不过说明感觉是虚幻的。读到这里，大家也许会觉得巴门尼德的学说不仅荒诞，而且诡辩，甚至有些无赖。不过，可别小看

这种学说，托年代久远的福，巴门尼德这种以相当极端的方式重思辨轻实证的学说也算开启了一个流派，这一流派对若干重要的哲学家产生过程度不等的影响，并经由他们影响了后世。

从科学史的角度讲，受巴门尼德影响至深的哲学家首推他的弟子芝诺（Zeno）——也称为埃利亚的芝诺（Zeno of Elea），以区别于另几位同名的古代哲学家；其次是古希腊的原子论者（atomists）——不过后者虽在若干重要方面受巴门尼德影响，主旨则相当不同。

本文要介绍的是芝诺。

芝诺被柏拉图（Plato）笔下的苏格拉底（Socrates）揶揄为巴门尼德第二，他最为后世所知的是一系列悖论。悖论一词的英文 paradox 出现于 16 世纪，源自拉丁文的 paradoxum，后者又源自希腊文的 παράδοξος（paradoxos），

意为有悖于正统、出乎定见之外等。悖论长期以来就很受哲学家青睐，将年代久远和影响深远综合起来评定的话，芝诺大约可算是悖论第一人。由于要“有悖于正统”或“出乎定见之外”，悖论免不了要包含观点之辨——包括诡辩，这跟单纯阐述学说是有所差别的，这种差别使芝诺被很多人视为是辩证法（Dialectics）的鼻祖。从这个角度讲，后来的苏格拉底、柏拉图，乃至中国人民特别熟悉的卡尔·马克思（Karl Marx）、弗里德里希·恩格斯（Friedrich Engels）等人都是程度不等的“追随者”¹⁴。

据公元 5 世纪的希腊哲学家普罗克洛斯（Proclus）记述，芝诺的著作包含了 40 个悖论。可惜那著作早已不存，后世依据的只是柏拉图、亚里士多德（Aristotle）等人的转述¹⁵。

¹⁴ 当然，这里的“追随者”是加了引号的，因为芝诺时代的辩证法跟后世——尤其是德国哲学家 G. W. F. 黑格尔（G. W. F. Hegel）之后——的辩证法有不小的差异。

¹⁵ 对柏拉图和亚里士多德的转述作一个比较也许是有兴趣的，我的个人观感是：柏拉图的转述采用了他所拿手的对话形式，但在文字推敲乃至文字游

在芝诺的悖论中,有些已失传,有些早已无悖可论,却也有少数几个时至今日仍引起很多人的兴趣,甚至仍是哲学家的研究课题,二分悖论(Dichotomy paradox)和飞矢悖论(Arrow paradox)就是著名的例子——并且都是意在支持巴门尼德关于运动不存在的论断。

其中二分悖论是这样的:如果你想从一个点 A 运动到另一个点 B,就必须首先经过运动路径的中点 C_1 ,然而想运动到 C_1 ,又必须首先经过从 A 到 C_1 的运动路径的中点 C_2 ……如此以至无穷。由于中点的数目不可穷尽,因而无论给你多少时间,也不可能走完这些中点,由此可见运动是不可能的。

戏的层面上着墨甚多,给人云山雾罩的感觉,读那样的对话,往往觉得除非作者想拉偏架,否则可以永远谈下去。相比之下,亚里士多德的记述更契合主题,更明晰,更直截了当,也更多精辟之见。难怪美国物理学家温伯格在《解释世界》(*To Explain the World*)一书中曾“大不敬”地表示:“亚里士多德不像柏拉图那样有时愚蠢”。

二分悖论有一个著名的变种叫做阿基里斯与乌龟悖论（Paradox of Achilles and the Tortoise）。该悖论中的阿基里斯（Achilles）是希腊神话中的勇士，体力过人、长于奔跑，乌龟则是被广泛视为移动缓慢的动物。阿基里斯与乌龟悖论宣称：如果阿基里斯与乌龟赛跑，只要让乌龟先爬一段路，阿基里斯就不可能追上。理由是：每当阿基里斯追到乌龟先前所在的位置时，乌龟总是又往前爬了一段……这个过程无法穷尽，故而阿基里斯不可能追上乌龟。

今天所有学过高等数学的读者也许都能看出二分悖论的误区，那就是将一个无穷级数的项数无穷与结果无穷混为一谈了。在适当的单位下，二分悖论所涉及的无穷级数是 $1/2 + 1/4 + \dots$ ，项数是无穷的，结果却并不因项数无穷就成为无穷，而仅仅是 1，是有限的。因此无论是那无穷多个中点，还是两两之间那无穷多段路径，都能在有限时间内走完。

当然，二分悖论并不是等到高等数学出现之后才被反驳的。在历史上，亚里士多德在《物理学》(*Physics*)一书中就给出了一个很漂亮的反驳，要点是指出芝诺只对空间进行了无穷分割，却忘记了同样的手法也可用于时间。只要对时间和空间作同样的无穷分割，走完芝诺分割出的无穷多个中点（或两两之间的无穷多段路径）就只需有限的时间，因为那实际上是用从有限时间中分割出的无穷多个时间点（或两两之间的无穷多段时间）来完成的。亚里士多德并且还指出，无论对空间、时间还是其它连续之物，我们谈论它们的“无穷”时必须区分两种含义：一种是分割意义上的无穷，一种是延伸意义上的无穷，芝诺混淆了两者故而得出了错误结论。亚里士多德的这一表述跟我们通过无穷级数表述的看法有异曲同工之处，“分割意义上的无穷”相当于项数无穷，“延伸意义上的无穷”相当于结果无穷，将两者混为一谈正是二分悖论的误区。只不过亚里士多德用的是芝诺

自己的手法，可谓“以子之矛，攻子之盾”，或“以毒攻毒”，是论辩的高招。

芝诺的飞矢悖论则是这样的：一个飞矢（或任何号称运动的物体）在每个时刻都占据一个完全固定、且与自身等大的位置，因而是不动的。由于时间是由时刻组成的，既然飞矢（或任何号称运动的物体）在每个时刻都不动，就只能被认为是不动的，故而运动是不可能的。

飞矢悖论让我想起美国物理学家理查德·费曼（Richard Feynman）在《费曼物理学讲义》（*The Feynman Lectures on Physics*）中关于速度的一段讨论。在那段有趣的讨论中，费曼也分析了一些有关速度的诡辩——当然结论跟芝诺完全不同。通过分析，费曼给出了速度的定义，即速度是同时趋于零的位置变化 $\Delta \mathbf{r}$ 与时间间隔 Δt 之比的极限： $\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta \mathbf{r} / \Delta t$ 。这也正是速度的现代定义，要点是让时间间隔趋于零。与现代定义不同，

飞矢悖论相当于将时间间隔变为零（即所谓“时刻”），相应的位置变化也就不再是趋于零而直接变为了零，位置变化与时间间隔之比则成了数学上无定义的 $0/0$ 。不仅如此，芝诺还从 $0/0$ 中反推出速度为 0，相当于宣称了 $0/0=0$ ，语义上虽可感人，在数学上则是没有依据的（这也体现了日常语言在科学分析中的缺陷）。

读者也许好奇，亚里士多德对飞矢悖论有什么看法。他的看法简括起来乃是：谈论物体的运动或静止，都是依据其在某个时刻的位置与前一时刻的位置的比较而定的，像芝诺那样只考虑一个时刻，是无法谈论物体的运动或静止的。这个看法跟速度的现代定义是相当接近的。另外顺便提一下，英国哲学家伯特兰·罗素（Bertrand Russell）在《数学的原理》（*The Principles of Mathematics*）一书中对飞矢悖论也有过剖析，那就是指出了飞矢在每个时刻都不动无非是一个变量所取的每个数值都是常数这一简单事实的翻版。用前者否定运动就如同用后者否

定变量的取值可变，是站不住脚的。

虽然同属古希腊的亚里士多德就已对芝诺的悖论做出过相当一针见血的分析或反驳，但跟那个时代的很多如今看来幼稚的其他学说相比，芝诺的悖论显然有强得多的生命力，时至今日仍不仅能将普通人绕进去，甚至能让哲学家陷入争论。从数学的角度看，上面这两种芝诺的悖论实际上是对涉及无穷的种种精微之处的早期困惑。从这种困惑中，芝诺还提出过对无穷大的否定，理由是——据后人记述——“事物必须与自身一样多，不能更多也不能更少”，而无穷大不与自身一样多，因此该被否定。什么叫做无穷大不与自身一样多？一种很可能的猜测是，芝诺注意到了无穷集合的一个特点，那就是无穷集合可以与自身的某些真子集一一对应。

从这些方面看，芝诺可谓是最早对无穷这一概念进行深入思考的古希腊先贤，芝诺的悖论绝非幼稚之论，

甚至也并非普通的诡辩，而是一段漫长探索的起点。为无穷这一概念建立可靠基础，成了未来数学基础研究的重要组成部分。德国数学家大卫·希尔伯特(David Hilbert)在与保罗·伯奈斯(Paul Bernays)合著的《数学基础》(*Grundlagen der Mathematik*)一书中曾经表示，从数学上讲，能否真正解决芝诺的悖论，关键是能否给出一个关于连续统(continuum)的自洽的数学理论，这就把芝诺的悖论直接拉进了当时正处于热议中的数学基础研究里¹⁶。

最后，让我们用英国哲学家阿尔弗雷德·诺斯·怀特海(Alfred North Whitehead)的话来为芝诺的悖论“盖棺论定”。怀特海曾经表示，虽然所有人都不认同芝诺的结论，但“每个世纪都认为他值得反驳”，这就非常了不起，因为“文字能被每个世纪所反驳乃是成就之巅峰”。

¹⁶ 所谓“连续统”，指的是实数集，涵盖了芝诺悖论所涉及的无穷集，也是数学基础研究的重要对象。

参考文献

1. Aristotle, *The Complete Works of Aristotle* [M] (Princeton: Princeton University Press, 1984).
2. Plato, *The Dialogues of Plato* [M] (Chicago: Encyclopaedia Britannica Inc., 1994).
3. B. Russell, *Wisdom of the West* [M] (New Orleans: Crescent Books, 1989).
4. Wedberg, *A History of Philosophy*, vol. 1 [M] (Oxford: Oxford University Press, 1982).

2018 年 7 月 15 日

卢昌海电子书·之十八

■■■ 作者的其他电子书 ■■■

11. 《我的“疫年纪事”》
12. 《漫话科学哲学》
13. 《微言录》（三集）
14. 《致编辑·报刊卷》
15. 《乱世学人》
16. 《致编辑·图书卷》
17. 《星际旅行漫谈》

□□□ 更多电子书可查阅 □□□

<https://www.changhai.org/articles/introduction/ebooks.php>